**第二讲二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题**

id:2147491832;FounderCES

题组1二元一次不等式(组)表示的平面区域

1*.*[2016浙江,3,5分][理]在平面上,过点*P*作直线*l*的垂线所得的垂足称为点*P*在直线*l*上的投影*.*由区域中的点在直线*x+y-*2*=*0上的投影构成的线段记为*AB*,则*|AB|=*()

A.2 B.4 C.3 D.6

2*.*[2015重庆,10,5分]若不等式组表示的平面区域为三角形,且其面积等于,则*m*的值为()

A.-3 B.1 C. D.3

3*.*[2014安徽,13,5分]不等式组表示的平面区域的面积为*.*

题组2线性目标函数的最值及取值范围问题

4*.*[2017全国卷Ⅱ,5,5分][理]设*x*,*y*满足约束条件则*z=*2*x+y*的最小值是()

A.-15 B.-9 C.1 D.9

5*.*[2014全国卷*Ⅱ*,9,5分][理]设*x*,*y*满足约束条件则*z=*2*x-y*的最大值为()

A.10 B.8 C.3 D.2

6*.*[2017 浙江,4,4分][理]若*x*,*y*满足约束条件则*z=x+*2*y*的取值范围是()

A.[0,6] B.[0,4] C.[6,*+∞*) D.[4,*+∞*)

7*.*[2015山东,6,5分][理]已知*x*,*y*满足约束条件若*z=ax+y*的最大值为4,则*a=*()

A.3 B.2 C.-2 D.-3

8*.*[2014新课标全国*Ⅰ*,11,5分]设*x*,*y*满足约束条件且*z=x+ay*的最小值为7,则*a=*()

A.-5 B.3 C.-5或3 D.5或-3

9*.*[2014广东,3,5分][理]若变量*x*,*y*满足约束条件且*z=*2*x+y*的最大值和最小值分别为*m*和*n*,则*m-n=*()

A.8 B.7 C.6 D.5

10*.*[2014安徽,5,5分][理]*x*,*y*满足约束条件若*z=y-ax*取得最大值的最优解不唯一,则实数*a*的值为()

A.或*-*1 B.2或 C.2或1 D.2或*-*1

11*.*[2014北京,6,5分][理]若*x*,*y*满足且*z=y-x*的最小值为*-*4,则*k*的值为()

A.2 B.-2 C. D.-

12*.*[2015新课标全国Ⅰ,15,5分][理]若*x*,*y*满足约束条件则的最大值为*.*

题组3线性规划的实际应用

13*.*[2015陕西,10,5分][理]某企业生产甲、乙两种产品均需用*A*,*B*两种原料*.*已知生产1吨每种产品所需原料及每天原料的可用限额如表所示*.*如果生产1吨甲、乙产品可获利润分别为3万元、4万元,则该企业每天可获得最大利润为()

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 甲 | 乙 | 原料限额 |
| *A*(吨) | 3 | 2 | 12 |
| *B*(吨) | 1 | 2 | 8 |

A*.*12万元 B*.*16万元 C*.*17万元 D*.*18万元

id:2147491868;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018广东七校联考,3]设*x*,*y*满足约束条件则目标函数*z=x+y*的最大值是()

A.3 B.4 C.6 D.8

2*.*[2018惠州市一调,5]点*P*(*x*,*y*)为不等式组所表示的平面区域内的动点,则的最小值为()

A.*-* B.*-*2 C.*-*3 D.*-*

3*.*[2018武汉市部分学校调研测试,8]某公司生产甲、乙两种桶装产品,已知生产甲产品1桶需耗*A*原料2千克,*B*原料3千克;生产乙产品1桶需耗*A*原料2千克,*B*原料1千克,每桶甲产品的利润是300元,每桶乙产品的利润是400元,公司在每天消耗*A*,*B*原料都不超过12千克的条件下,生产这两种产品可获得的最大利润为()

A.1 800元　　 B.2 100元 C.2 400元　　 D.2 700元

4*.*[2018武汉市部分重点中学高三起点考试,9]若*x*,*y*满足条件,则目标函数*z=x*2*+y*2的最小值是()

A. B.2 C.4 D.

5*.*[2017长沙五月模拟,3]已知变量*x*,*y*满足则*z=*8*x*·2*y*的最大值是()

A.33 B.32 C.35 D.34

6*.*[2017合肥市第三次质量监测,10]设*x*,*y*满足若*z=*2*x+y*的最大值为,则*a*的值为()

A.- B.0 C.1 D.-或1

7*.*[2017甘肃兰州高考实战模拟,6]已知*M*(*-*4,0),*N*(0,*-*3),*P*(*x*,*y*)的坐标*x*,*y*满足则△*PMN*面积的取值范围是()

A.[12,24] B.[12,25] C.[6,12] D.[6,]

**B组提升题**

8*.*[2018辽宁五校联考,8]已知实数*x*,*y*满足若目标函数*z=ax+y*的最大值为3*a+*9,最小值为3*a-*3,则实数*a*的取值范围是()

A.{*a|-*1≤*a*≤1} B.{*a|a*≤*-*1}

C.{*a|a*≤*-*1或*a*≥1} D.{*a|a*≥1}

9*.*[2017海南省五校二模,9]已知实数*x*,*y*满足不等式组若点*P*(2*a+b*,3*a-b*)在该不等式组所表示的平面区域内,则的取值范围是()

A.[-12,-7] B.[-7,-] C.[-12,-] D.[-12,-2]

10*.*[2017天星第二次大联考,10]已知不等式组的解集为*D*,有下面四个命题:

*p*1:∀(*x*,*y*)∈*D*,2*y*≤*x*的概率为;*p*2:∀(*x*,*y*)∈*D*,*x+*2*y*的最大值为12;*p*3:∃(*x*0,*y*0)∈*D*,2*x*0*-y*0≤0;*p*4:∀(*x*,*y*)∈*D*,*x*2*+y*2*+*2*x+*4*y+*5的最大值为64*.*

其中真命题的个数是()

A.1 B.2 C.3 D.4

11*.*[2018洛阳市尖子生第一次联考,13]已知*x*,*y*满足条件则的取值范围是*.*

12*.*[2017沈阳三模,14]已知*x*,*y*满足若*x*2*+y*2的最大值为*m*,最小值为*n*,则*mx+ny*的最小值为*.*

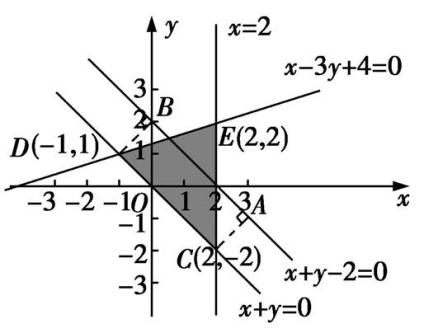
13*.*[2017重庆七校联考,15]已知实数*x*,*y*满足若目标函数*z=x+ay*取得最小值的最优解有无数多个,则*z=x+ay*的最大值为*.*

14*.*[2017陕西省六校第三次适应性训练,15]已知*x*,*y*满足约束条件若2*x+y+k*≥0恒成立,则实数*k*取最小值时,直线2*x+y+k=*0被圆(*x-*1)2*+*(*y-*2)2*=*25截得的弦长为*.*

**答案**

id:2147497806;FounderCES

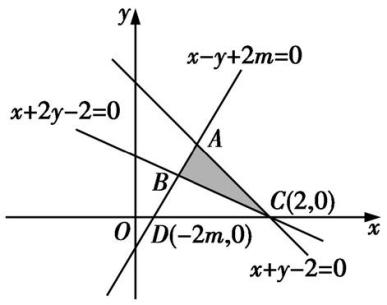
1*.*C作出不等式组所表示的平面区域,如图D 7*-*2*-*8中阴影部分所示,过点*C*,*D*分别作直线*x+y-*2*=*0的垂线,垂足分别为*A*,*B*,则四边形*ABDC*为矩形,又*C*(2,*-*2),*D*(*-*1,1),所以*|AB|=|CD|==*3*.*故选C*.*



图D 7*-*2*-*8

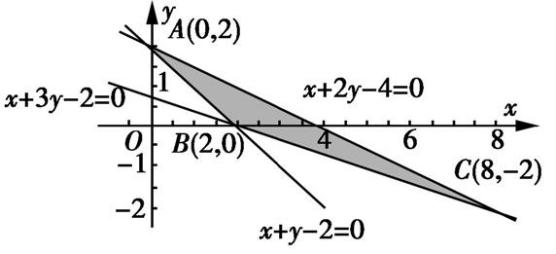
2.B作出不等式组表示的平面区域如图D 7*-*2*-*9中阴影部分所示,由图可知,要使不等式组表示的平面区域为三角形,则*m>-*1*.*由解得即*A*(1*-m*,1*+m*)*.*由解得即*B*(*-m*,*+m*)*.*因为*S*△*ABC=S*△*ADC-S*△*BDC=*(2*+*2*m*)[(1*+m*)

*-*(*+m*)]*=*(*m+*1)2*=*,所以*m=*1或*m=-*3(舍去),故选B*.*



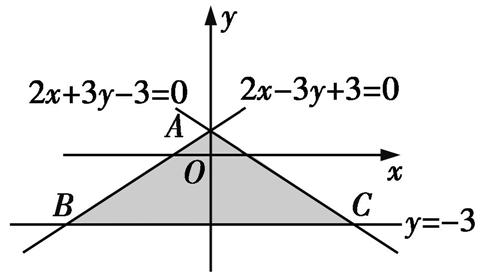
图D 7*-*2*-*9

3*.*4作出不等式组表示的平面区域如图D 7*-*2*-*10中阴影部分所示,可知*S*△*ABC=×*2*×*(2*+*2)*=*4*.*



图D 7*-*2*-*10

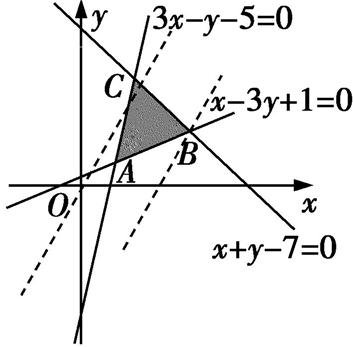
4*.*A解法一作出不等式组对应的可行域,如图D 7*-*2*-*11中阴影部分所示*.*易求得可行域的顶点*A*(0,1),*B*(*-*6,*-*3),*C*(6,*-*3),当直线*z=*2*x+y*过点*B*(*-*6,*-*3)时,*z*取得最小值,*z*min*=*2*×*(*-*6)*-*3*=-*15,故选A*.*



图D 7*-*2*-*11

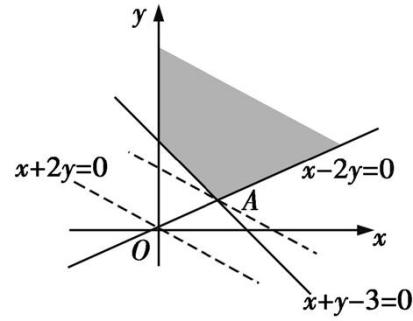
解法二易求可行域的顶点*A*(0,1),*B*(*-*6,*-*3),*C*(6,*-*3),分别代入目标函数,求出对应的*z*的值依次为1,*-*15,9,故最小值为*-*15*.*故选A*.*

5*.*B作出可行域如图D 7*-*2*-*12中阴影部分所示,由*z=*2*x-y*得*y=*2*x-z*,作出直线*y=*2*x*,平移使之经过可行域,观察可知,当直线经过点*B*(5,2)时,对应的*z*值最大*.*故*z*max*=*2*×*5*-*2*=*8*.*故选B*.*



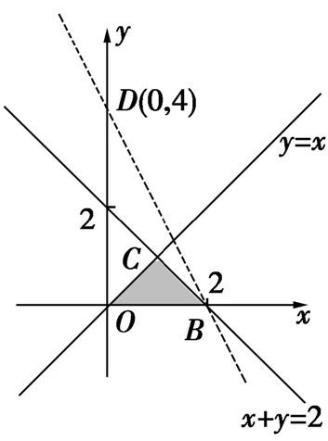
图D 7*-*2*-*12

6*.*D作出不等式组所表示的平面区域如图D 7*-*2*-*13中阴影部分所示,由*z=x+*2*y*,得*y=-x+*,∴是直线*y=-x+*在*y*轴上的截距,根据图形知,当直线*y=-x+*过*A*点时,取得最小值*.*由得即*A*(2,1),此时,*z=*4,∴*z*≥4,故选D*.*



图D 7*-*2*-*13

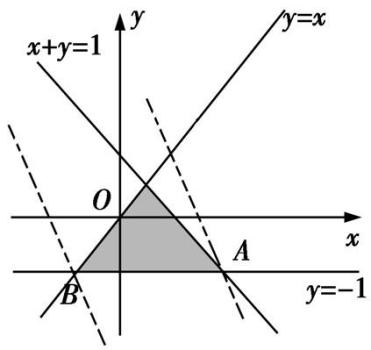
7*.*B画出不等式组所表示的可行域,如图D 7*-*2*-*14中阴影部分所示,因为目标函数*z=ax+y*的最大值为4,即目标函数对应的直线与可行域有公共点时,其在*y*轴上的截距的最大值为4,作出过点*D*(0,4)的直线,由图可知,目标函数过点*B*(2,0)时*z*取得最大值,故有*a×*2*+*0*=*4,解得*a=*2*.*故选B*.*



图D 7*-*2*-*14

8*.*B由解得代入*x+ay=*7中,解得*a=*3或*a=-*5*.*当*a=-*5时,*z=x+ay*的最大值是7;当*a=*3时,*z=x+ay*的最小值是7,故选B.

9*.*C作出可行域如图D 7*-*2*-*15中阴影部分所示,结合目标函数可知,当直线*y=-*2*x+z*经过点*A*时,*z*取得最大值,由得则*m=z*max*=*2*×*2*-*1*=*3*.*当直线*y=-*2*x+z*经过点*B*时,*z*取得最小值,由得则*n=z*min*=*2*×*(*-*1)*-*1*=-*3,故*m-n=*6*.*故选C*.*

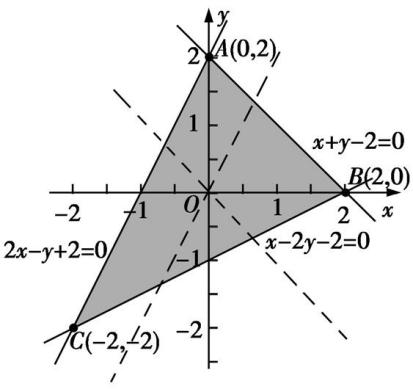


图D 7*-*2*-*15

10*.*D由题中条件画出可行域,如图D 7*-*2*-*16中阴影部分所示,可知*A*(0,2),*B*(2,0),*C*(*-*2,*-*2)*.*

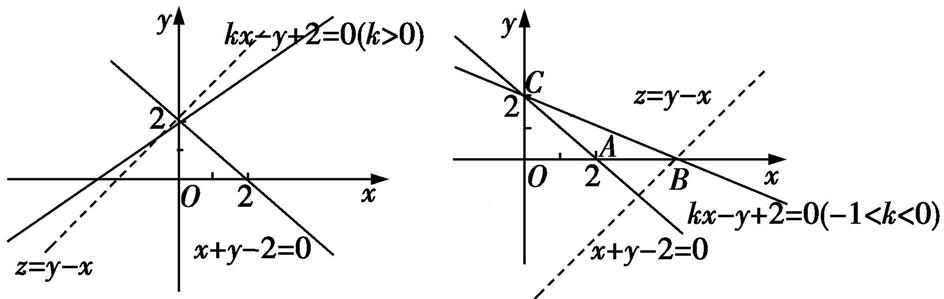
解法一则*zA=*2,*zB=-*2*a*,*zC=*2*a-*2,要使目标函数取得最大值的最优解不唯一,只要*zA=zB>zC*或*zA=zC>zB*或*zB=zC>zA*,解得*a=-*1或*a=*2*.*

解法二目标函数*z=y-ax*可化为*y=ax+z*,令*l*0:*y=ax*,平移*l*0,则当*l*0∥*AB*或*l*0∥*AC*时符合题意,故*a=-*1或*a=*2*.*



图D 7*-*2*-*16

11*.*D作出线性约束条件的可行域*.*当*k>*0时,如图D 7*-*2*-*17(1)所示,此时可行域为*y*轴上方、直线*x+y-*2*=*0的右上方、直线*kx-y+*2*=*0的右下方的区域,显然此时*z=y-x*无最小值*.*当*k<-*1时,*z=y-x*取得最小值2;当*k=-*1时,*z=y-x*取得最小值*-*2,均不符合题意*.*当*-*1*<k<*0时,如图D 7*-*2*-*17(2)所示,此时可行域为点*A*(2,0),*B*(*-*,0),*C*(0,2)所围成的三角形区域,当直线*z=y-x*经过点*B*(*-*,0)时,*z*有最小值,即*-*(*-*)*=-*4⇒*k=-.*故选D*.*

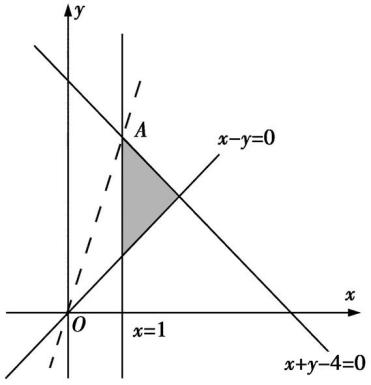


(1)(2)

图D 7*-*2*-*17

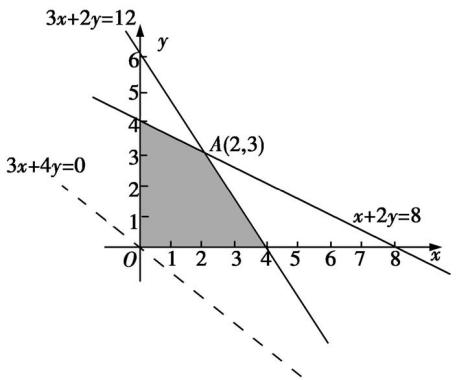
12*.*3作出可行域如图D 7*-*2*-*18中阴影部分所示,

由可行域知,在点*A*(1,3)处,取得最大值3*.*



图D 7*-*2*-*18

13*.*D根据题意,设每天生产甲*x*吨,乙*y*吨,则目标函数为*z=*3*x+*4*y*,作出不等式组所表示的平面区域如图D 7*-*2*-*19中阴影部分所示,作出直线3*x+*4*y=*0并平移,易知当直线经过点*A*(2,3)时,*z*取得最大值且*z*max*=*3*×*2*+*4*×*3*=*18,故该企业每天可获得最大利润为18万元,选D*.*

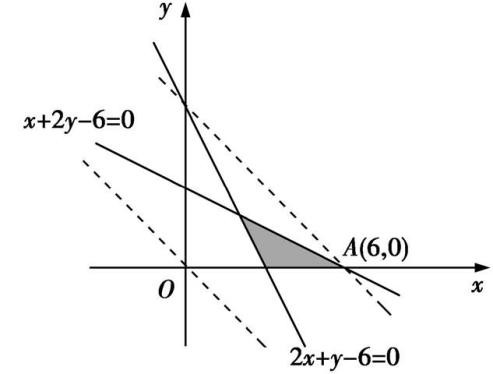


图D 7*-*2*-*19

id:2147497897;FounderCES

**A组基础题**

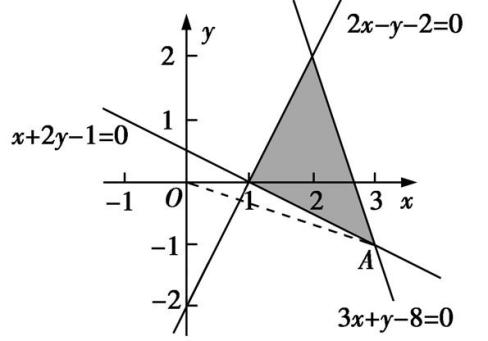
1*.*C解法一作出不等式组表示的平面区域如图D 7*-*2*-*20中阴影部分所示,作直线*x+y=*0,平移该直线,当直线经过点*A*(6,0)时,*z*取得最大值,即*z*max*=*6,故选C*.*



图D 7*-*2*-*20

解法二目标函数*z=x+y*的最值在可行域的顶点处取得,易知三条直线的交点分别为(3,0),(6,0),(2,2)*.*当*x=*3,*y=*0时,*z=*3;当*x=*6,*y=*0时,*z=*6;当*x=*2,*y=*2时,*z=*4*.*所以*z*max*=*6,故选C*.*

2*.*D作出不等式组所表示的平面区域如图D 7*-*2*-*21中阴影部分所示*.*由可得故*A*(3,*-*1)*.*的几何意义为直线*OP*的斜率,故当点*P*与点*A*重合时直线*OP*的斜率最小,此时*kOP=-.*



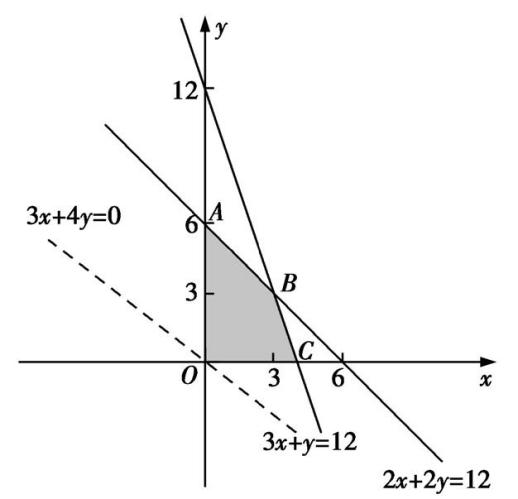
图D 7*-*2*-*21

3*.*C设生产甲产品*x*桶,生产乙产品*y*桶,每天的利润为*z*元,*x*,*y*∈N*.*根据题意,有

*z=*300*x+*400*y.*

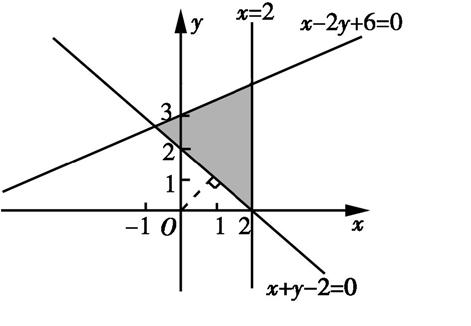
作出所表示的可行域,如图D 7*-*2*-*22中的阴影部分中的整点所示,

作出直线3*x+*4*y=*0并平移,当直线经过点*A*(0,6)时,*z*有最大值,*z*max*=*400*×*6*=*2 400,故选C*.*



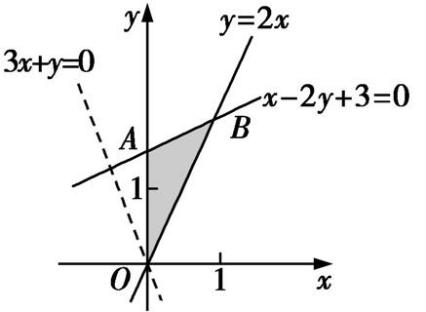
图D 7*-*2*-*22

4*.*B作出不等式组表示的平面区域如图D 7*-*2*-*23中阴影部分所示*.*过原点*O*(0,0)作直线*x+y-*2*=*0的垂线,垂线段的长度*d==*,易知*z*min*=d*2*=*2,故选B*.*



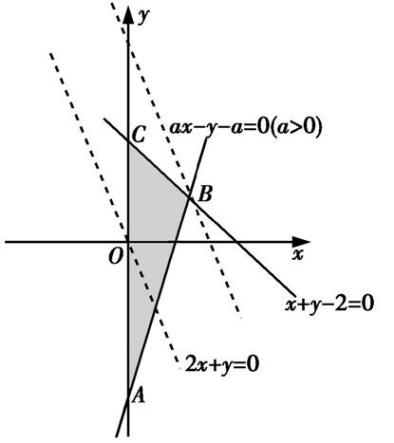
图D 7*-*2*-*23

5*.*B因为*z=*8*x*·2*y=*23*x+y*,所以求*z*的最大值时,可先求出3*x+y*的最大值,设*t=*3*x+y*,作出不等式组表示的可行域如图D 7*-*2*-*24中阴影部分所示,作直线3*x+y=*0,平移该直线,当直线经过点*B*(1,2)时,*t*取得最大值,*t*max*=*3*+*2*=*5,则*z*max*=*25*=*32*.*



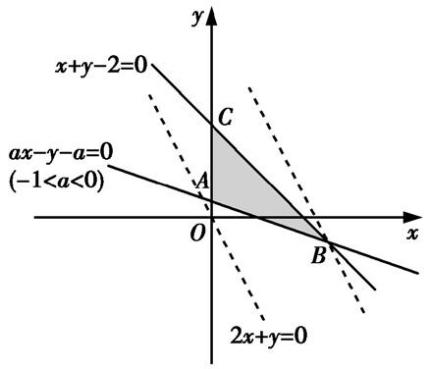
图D 7*-*2*-*24

6*.* C解法一由*z=*2*x+y*存在最大值,可知*a>-*1,显然*a=*0不符合题意*.*作出不等式组所表示的平面区域,如图D 7*-*2*-*25或图D 7*-*2*-*26中阴影部分所示,作出直线2*x+y=*0,并平移该直线,易知,当平移到过直线*x+y-*2*=*0与直线*ax-y-a=*0的交点时,*z*取得最大值,由得把代入2*x+y=*,解得*a=*1,故选C*.*



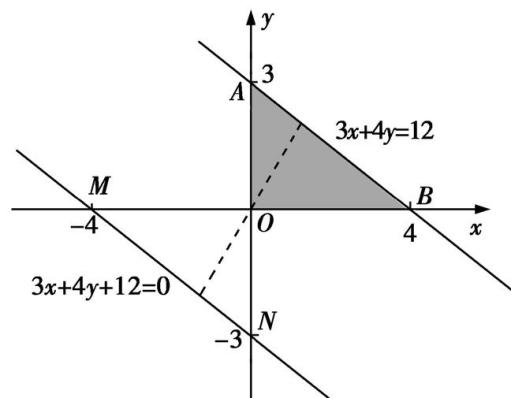
图D 7*-*2*-*25

解法二由*z=*2*x+y*存在最大值,可知*a>-*1,显然*a=*0不符合题意*.*作出不等式组所表示的平面区域,如图D 7*-*2*-*25或图D 7*-*2*-*26中阴影部分所示,作出直线2*x+y=*0,并平移该直线,易知,当平移到过直线*x+y-*2*=*0与直线*ax-y-a=*0的交点时,*z*取得最大值,由得把代入*ax-y-a=*0,解得*a=*1,故选C*.*



图D 7*-*2*-*26

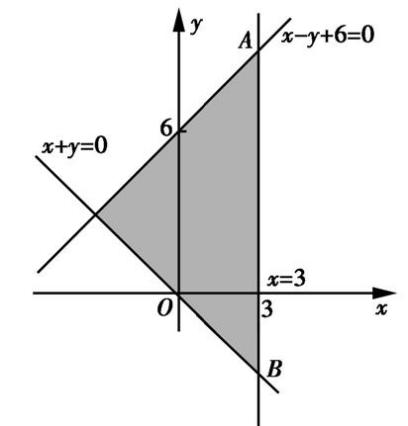
7*.*C作出不等式组表示的平面区域如图D 7*-*2*-*27中阴影部分所示*.*又过点*M*(*-*4,0),*N*(0,*-*3)的直线的方程为3*x+*4*y+*12*=*0,而它与直线3*x+*4*y=*12平行,其距离*d==*,所以当点*P*在原点*O*处时,△*PMN*的面积最小,其面积为△*OMN*的面积,此时*S*△*OMN=×*3*×*4*=*6;当点*P*在线段*AB*上时,△*PMN*的面积最大,为*××=*12,故选C*.*



图D 7*-*2*-*27

**B组提升题**

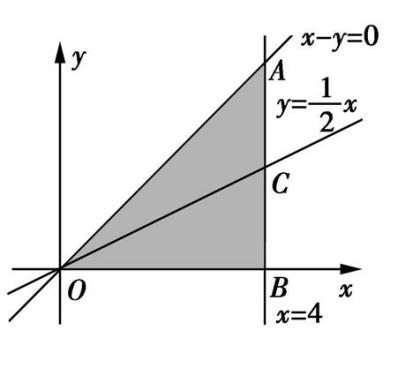
8*.*A不等式组表示的平面区域如图D 7*-*2*-*28中阴影部分所示,因为目标函数*z=ax+y*的最大值为3*a+*9,最小值为3*a-*3,所以目标函数*z=ax+y*的图象经过点*A*(3,9)时,*z*取得最大值,经过点*B*(3,*-*3)时,*z*取得最小值,由图象得,*-*1≤*-a*≤1,所以*-*1≤*a*≤1,故选A*.*



图D 7*-*2*-*28

9*.*C因为点*P*(2*a+b*,3*a-b*)在不等式组所表示的平面区域内,所以即其表示的平面区域是以*A*(,*-*),*B*(,),*C*(,*-*)为顶点的三角形区域(包括边界)*.*可看作是可行域内的点与点*M*(1,*-*2)连线的斜率,所以*kMB*≤≤*kMC*,即*-*12≤≤*-.*故选C*.*

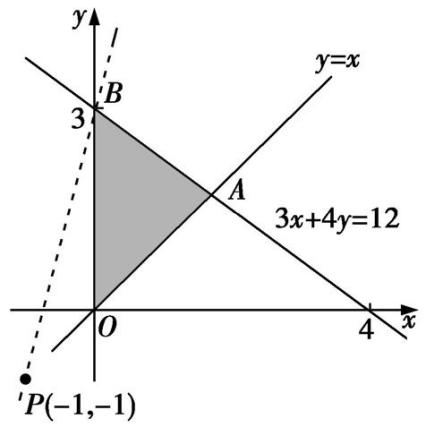
10*.*C作出不等式组所表示的平面区域如图D 7*-*2*-*29中阴影部分所示,



图D 7*-*2*-*29

对于*p*1,当取图中△*BOC*内(包括边界)的点时,2*y*≤*x*,由可得*A*(4,4),由可得*C*(4,2),故*S*△*OAB=×*4*×*4*=*8,*S*△*OBC=×*4*×*2*=*4,则所求概率为*==*,故*p*1正确;对于*p*2,令*z=x+*2*y*,则当且仅当目标函数*z=x+*2*y*经过点*A*(4,4)时,*z*取得最大值,则*z*max*=*4*+*2*×*4*=*12,故*p*2正确;对于*p*3,当*x*0*=*0,*y*0*=*0时,2*x*0*-y*0*=*0,故*p*3正确;对于*p*4,*x*2*+y*2*+*2*x+*4*y+*5*=*(*x+*1)2*+*(*y+*2)2表示的几何意义是平面区域内的动点(*x*,*y*)到定点(*-*1,*-*2)的距离的平方,因为(*x+*1)2*+*(*y+*2)2≤(4*+*1)2*+*(4*+*2)2*=*61,所以*x*2*+y*2*+*2*x+*4*y+*5的最大值为61,故*p*4错误,选C*.*

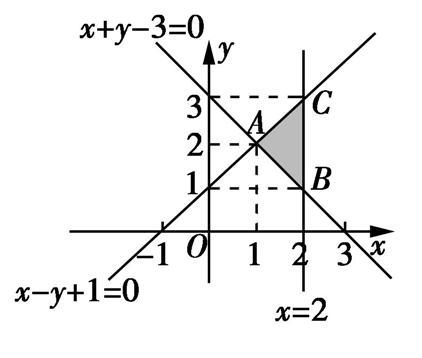
11.[3,9]画出不等式组表示的可行域,如图D 7*-*2*-*30中阴影部分所示*.*



图D 7*-*2*-*30

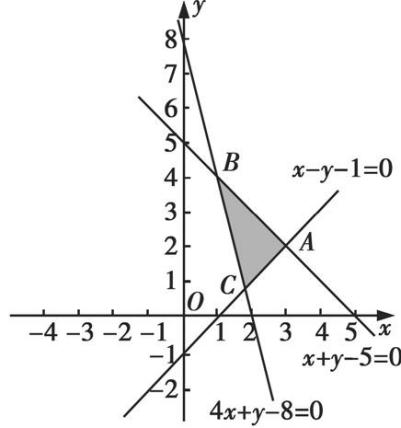
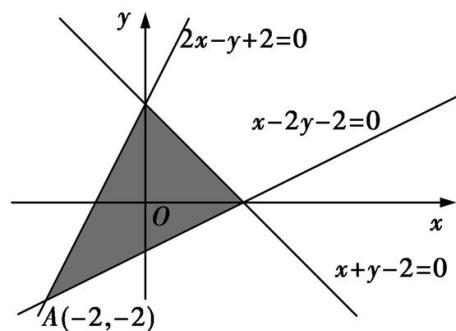
*=*1*+*2*×*,表示可行域中的点(*x*,*y*)与点*P*(*-*1,*-*1)连线的斜率*.*由图可知,当*x=*0,*y=*3时,取得最大值,且()max*=*9*.*因为点*P*(*-*1,*-*1)在直线*y=x*上,所以当点(*x*,*y*)在线段*AO*上时,取得最小值,且()min*=*3*.*所以的取值范围是[3,9]*.*

12*.*22作出不等式组表示的平面区域,如图D 7*-*2*-*31中阴影部分所示,其中*A*(1,2),*B*(2,1),*C*(2,3)*.*令*u=x*2*+y*2,其表示可行域内的点到坐标原点的距离的平方*.*显然在点*C*处*x*2*+y*2取得最大值*m*,则*m=*22*+*32*=*13*.*而原点到直线*x+y-*3*=*0的距离*d==*,且*|OA|=|OB|=*,所以*x*2*+y*2的最小值*n=*()2*=.*故*mx+ny=*13*x+y*,令*z=*13*x+y*,可得*y=-x+z*,故当直线*y=-x+z*经过点*A*(1,2)时,*z*取得最小值,且最小值为13*×*1*+×*2*=*22*.*



图D 7*-*2*-*31

13*.*作出不等式组所表示的平面区域如图D 7*-*2*-*32中阴影部分所示,易得*A*(3,2),*B*(1,4),*C*(,)*.*当*a>*0时,*y=-x+z*,作直线*l*0:*y=-x*,平移*l*0,易知当直线*y=-x+z*与4*x+y-*8*=*0重合时,*z*取得最小值的最优解有无数多个,此时*a=*,当直线过点*A*时,*z*取得最大值,且*z*max*=*3*+=*;当*a*≤0时,由数形结合知,目标函数*z=x+ay*取得最小值的最优解不可能有无数多个*.*综上所述*z*max*=.*

图D 7*-*2*-*32 图D 7*-*2*-*33

14*.*2作出不等式组所表示的平面区域(如图D 7*-*2*-*33中阴影部分所示),由题意可知,对于可行域内的任一点,均使不等式2*x+y+k*≥0恒成立,设*z=y+*2*x*,则*y=-*2*x+z*,可知直线*y=-*2*x+z*经过点*A*(*-*2,*-*2)时,2*x+y*有最小值*-*2*×*2*-*2*=-*6,所以*-*6*+k*≥0,*k*≥6,当*k=*6时直线为2*x+y+*6*=*0*.*因为圆(*x-*1)2*+*(*y-*2)2*=*25的圆心为(1,2),半径为5,所以圆心到直线的距离*d==*2,所以所求弦长为2*=*2*.*